

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИАЦИОННО-ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ, ОБЛУЧАЕМЫХ ЛАЗЕРОМ

А.С. Аникина, В.А. Камалов, А.В. Лаппа

ВВЕДЕНИЕ

Информация о возбуждаемых лазерным излучением радиационных и тепловых полях в биологических тканях имеет большую клиническую значимость при проведении лазерных операций. К настоящему времени в мире создано несколько программ для расчета радиационных и тепловых полей лазерного излучения в биологических тканях [1-4], но они практически недоступны для стороннего пользователя. Кроме того, предлагаемые в этих программах модели не дают полного решения поставленных проблем. Это связано, в первую очередь, со сложной структурой биологической ткани, а также с большим многообразием физических явлений, происходящих внутри ткани при взаимодействии с лазерным излучением: нагрев, тепломассоперенос, теплообмен с окружающей средой, фазовые изменения в структуре ткани и т.д.

В данной работе описывается двумерная осесимметричная нестационарная модель расчета радиационных и тепловых полей в биологических тканях, облучаемых лазером, которая учитывает гетерогенность ткани, отражение и преломление излучения на границах раздела зон, а также позволяет проследить тепловые эволюционные изменения ткани. Модель реализована в виде программного комплекса, снабженного интеллектуальным интерфейсом для ввода и хранения информации, а также для графического представления получаемых результатов.

Моделирование осуществляется в два этапа: первый представляет собой расчет характеристик радиационного поля, второй – моделирование тепловых полей с известными источниками тепла, вычисленными на предыдущем этапе.

Модель среды

В настоящей работе принята двумерная осесимметричная модель ткани, представляющая собой набор однородных кольцевых зон прямоугольного сечения (рис.1) со своими оптическими и теплофизическими параметрами. Принятая геометрия согласуется с цилиндрической симметрией лазерных пучков и позволяет достаточно точно моделировать большое количество реальных тканей в области действия излучения.

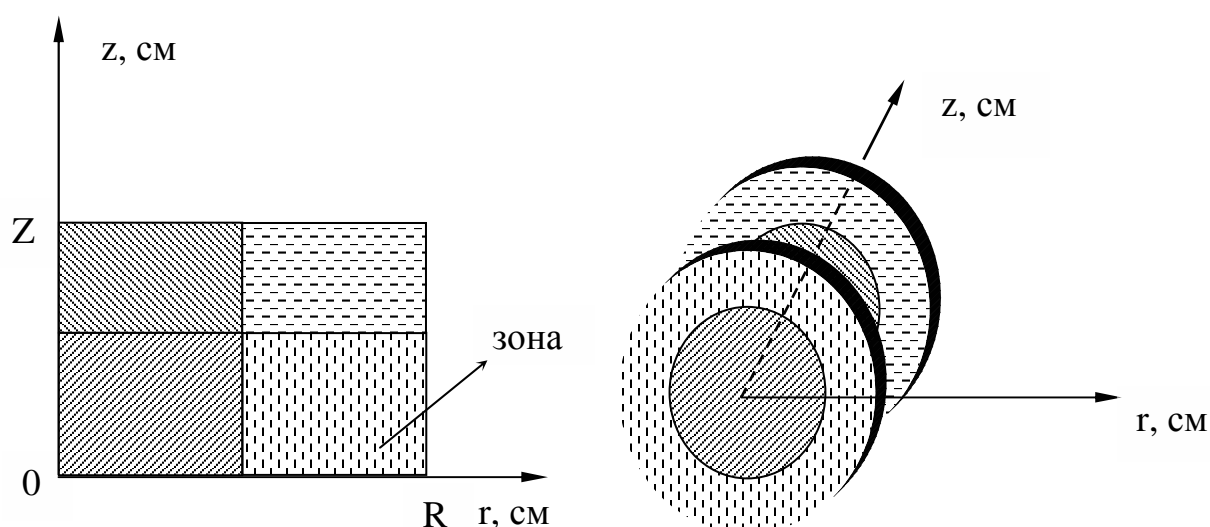


Рис. 1. Модель гетерогенной биологической ткани.

Математическая модель радиационных полей

Перенос лазерного излучения в биологических тканях рассматривается в рамках квазистационарной кинетической модели переноса излучения. Распространение излучения в ней трактуется как многократное рассеяние фотонов на случайных неоднородностях среды. Основной характеристикой радиационного поля является дифференциальная плотность потока энергии излу-

чения (лучевая интенсивность) $I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ в точке \vec{r} , в направлении $\vec{\Omega}$, в момент времени t , удовлетворяющая стационарному уравнению переноса излучения (время t рассматривается как параметр):

$$\vec{\Omega} \nabla I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \mu(\vec{r}) I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \int \mu_s(\vec{r}) p(\vec{r}, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) I(\vec{r}, \vec{\Omega}', t) d\vec{\Omega}' = S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t), \quad (1)$$

где $\mu \equiv \mu_a + \mu_s$, μ_s , μ_a – коэффициенты взаимодействия, рассеяния и поглощения, соответственно; $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ – плотность мощности излучения, испускаемого источниками в точке \vec{r} , в направлении $\vec{\Omega}$, в момент времени t (функция источника), p – индикатриса рассеяния, в качестве которой нами используется традиционная для биооптики функция Хени-Гринштейна

$$p(\cos \theta) = \frac{1 - g^2}{4\pi (1 - 2g \cos \theta + g^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где $\theta = \arccos(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$ – угол рассеяния, g – средний косинус угла рассеяния. В качестве граничных условий выступают френелевские соотношения отражения и преломления излучения на границе раздела зон с разными показателями преломления n .

Таким образом, для моделирования радиационных полей необходимо задать функцию источника $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ и оптические параметры среды для каждой зоны: μ_a , μ_s , g , n .

Математическая модель тепловых полей

Основными способами переноса тепла внутри любого объекта являются теплопроводность, конвекция и лучистый теплообмен. В диапазоне температур, рассматриваемых в данной работе, перенос тепла вследствие лучистого теплообмена пренебрежимо

мал, поэтому в качестве основного способа переноса тепла рассматривается теплопроводность, конвективные процессы учитываются в граничных условиях. Эта модель приближенно описывает тепловые процессы в тканях с капиллярным кровотоком, учитываемым в коэффициентах переноса.

Перенос тепла за счет теплопроводности в каждой зоне описывается нестационарным уравнением теплопроводности с начальным и граничными условиями, учитывающими взаимодействие биоткани с окружающей средой, и источниками тепла, генерируемого лазерным излучением, рассчитанными на предыдущем этапе:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = k\Delta T + Q \quad (3)$$

$$T|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

$$(\theta k\vec{n}\nabla T + \beta T - \psi)|_{\Gamma} = 0 \quad (5)$$

$$(k_A \vec{n}_{AB} \cdot \nabla T_A - k_B \vec{n}_{AB} \cdot \nabla T_B)|_{\Gamma_{AB}} = 0 \quad (5a)$$

$$(T_A - T_B)|_{\Gamma_{AB}} = 0 \quad (5b)$$

$$Q(\vec{r}) = \mu_a(\vec{r}) \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}$$

где c , ρ , k – удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности ткани в зоне; $Q(\vec{r})$ – плотность мощности энергии лазерного излучения, поглощаемого средой в точке \vec{r} ; T – искомая температура; Γ – внешняя граница зоны; Γ_{AB} – граница раздела смежных зон A и B ; \vec{n}_{AB} – нормаль к Γ_{AB} ; \vec{n} – нормаль к Γ ; T_A , k_A , T_B , k_B – температуры и коэффициенты теплопро-

водности в зонах A и B ; θ , β , ψ – параметры, определяющие вид внешних граничных условий.

Надлежащим выбором этих параметров возможен учет следующих физических условий на внешней границе Γ : сохранение заданной температуры T_γ : $\theta=0$, $\beta=1$, $\psi=T_\gamma$; заданный тепловой поток q : $\theta=1$, $\beta=0$, $\psi=q$; заданный (по закону Ньютона) теплообмен с окружающей средой: $\theta=1$, $\beta=-h$, $\psi=-hT_c$, T_c – температура среды, h – коэффициент теплоотдачи.

Условия (5a, 5b) обеспечивают физические требования на внутренних границах: непрерывность температуры и плотности тока тепла через границу.

Задание граничных и начальных условий, адекватно описывающих взаимодействие лазерного излучения и биологической ткани, составляет одну из главных проблем расчета тепловых полей.

Расчет радиационных полей лазерного излучения

Решение уравнения переноса излучения (1) осуществляется аналоговым методом Монте-Карло [5], т.е. моделируются траектории фотонов, начиная с их рождения источником в соответствии с распределением S и заканчивая их поглощением средой. При этом используются действительные оптические параметры μ_a , μ_s и индикатриса рассеяния (2). При пересечении фотоном границы раздела зон с разными показателями преломления происходит отражение или преломление в соответствии с законами Френеля.

Плотность поглощенной мощности $Q(\vec{r})$ рассчитывается в кусочно-постоянном приближении. Для этого каждая зона дополнительно разбивается на достаточно малые кольцевые ячейки прямоугольного сечения (рис.2), и в процессе моделирования

траекторий фотонов подсчитывается поглощаемая энергия в каждой ячейке.

Расчет тепловых полей лазерного излучения

Температура T является функцией координат и времени: $T=T(r, z, t)$. Разобьем временную область на интервалы, и для сведения задачи к стационарной на каждом таком интервале (τ_1, τ_2) длиной $\tau=\tau_2-\tau_1$ аппроксимируем решение линейно по времени:

$$\bar{T}(r, z, t) = N_1(t) T_1(r, z) + N_2(t) T_2(r, z),$$

где $T_1(r, z)$ – известное распределение температуры в момент времени τ_1 , $T_2(r, z)$ – неизвестное распределение температуры в момент времени τ_2 , $N_1(t)$, $N_2(t)$ – линейно независимые базисные функции вида

$$N_1(t) = \frac{\tau_2 - t}{\tau}, \quad N_2(t) = \frac{t - \tau_1}{\tau}$$

В силу приближенности аппроксимации невязка

$$\varepsilon = \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} - \frac{k}{c\rho} \Delta \bar{T} - \frac{Q}{c\rho}$$

не равна нулю при любых температурах T_2 . Для их нахождения используем метод минимизации невязки в духе метода Галеркина: потребуем ортогональности невязки к базисной функции N_2 :

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} N_2 \varepsilon dt = 0 \quad \text{для всех внутренних точек всех зон.}$$

В результате решение нестационарного уравнения теплопроводности (3) на каждом временном шаге (τ_1, τ_2) сводится к решению стационарного уравнения следующего вида:

$$\tilde{k} \Delta T - \alpha T + \tilde{Q} = 0 \quad (6)$$

$$\text{Здесь } T \equiv T_2, \quad \tilde{k} = \frac{\tau}{3}k, \quad \tilde{Q} = \left(\frac{c\rho}{2} + \frac{\tau}{6}k\Delta \right) T_1 + \frac{\tau}{2}Q, \quad \alpha = \frac{c\rho}{2}.$$

Для решения уравнения (6) с заданными граничными условиями (5) мы используем метод конечных элементов. Он основывается на минимизации вариационного функционала для соответствующей задачи. В частности, решение уравнения (6) с граничными условиями первого рода (5) ($\theta=0, \beta=1, \psi=T_\gamma$) эквивалентно нахождению условного минимума функционала, имеющего следующий вид:

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[k(\nabla T)^2 - 2\tilde{Q}T + \alpha T^2 \right] dV \quad (7)$$

где V – область (совокупность всех зон), в которой рассматривается перенос тепла.

При задании на границе теплового потока ($\theta=1, \beta=0, \psi=q$) или теплообмена ($\theta=1, \beta=-h, \psi=-hT_c$) задача сводится к безусловной минимизации функционала:

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[k(\nabla T)^2 - 2\tilde{Q}T + \alpha T^2 \right] dV - \int_\Gamma \left(\frac{\beta}{2} T^2 - T\psi \right) d\Gamma, \quad (7a)$$

где Γ – внешняя граница V .

Область V (рис. 2) разбивается на конечное число элементов с треугольным сечением. Основными неизвестными задачи являются значения температуры в узлах каждого элемента (T_a, T_b, T_c). Функцию T определим для каждого элемента в виде линейной комбинации

$$T(\rho, z) = \sum_i \varphi_i(\rho, z) T_i, \quad i = a, b, c \quad (8)$$

где φ_i – линейные базисные функции вида $\varphi_i = \frac{1}{2S}(a_{1i} + a_{2i}r + a_{3i}z)$, где S – площадь элемента, $a_{1i} = r_j z_k - r_k z_j$; $a_{2i} = z_j - z_k$; $a_{3i} = r_k - r_j$; $i, j, k = a, b, c$ [6].

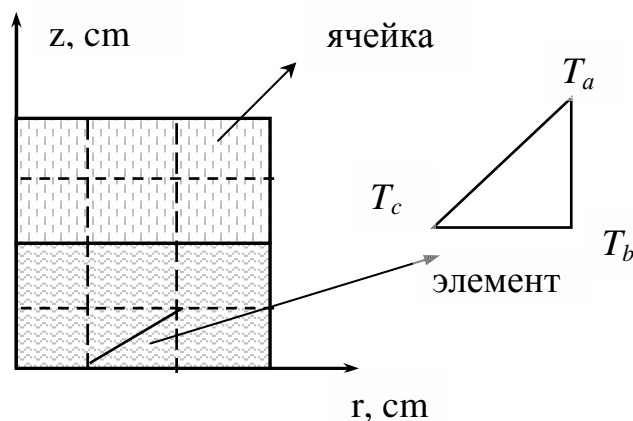


Рис. 2. Дискретизация двухзонной области.

Подставляя (8) в функционал (7) и приравнявая к нулю его первую вариацию, получаем итоговую систему линейных уравнений:

$$[K]\{T\}=\{F\}$$

где $\{T\}$ – столбец неизвестных узловых значений температуры, а элементы матрицы $[K]$ и столбца $\{F\}$ для каждого элемента имеют следующие выражения:

$$K_{i,j} = k \frac{\tau}{3} \bar{r} \frac{1}{4S} C_{i,j} + \alpha \bar{r} \frac{S}{12} R_{i,j} + \theta \beta l_{i,j} B_{i,j}$$

$$F_i = \bar{r} \frac{S}{3} \tilde{Q}_i - \psi l_{i,j} (2r_i + r_j)$$

где $l_{i,j}$ – длина стороны элемента, являющаяся внешней границей области V , B – матрица «теплообмена» для стороны $l_{i,j}$ имеющая

вид $B = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 3r_i + r_j & r_i + r_j & 0 \\ r_i + r_j & 3r_j + r_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C_{i,j} = a_{2i}a_{2j} + a_{3i}a_{3j}$, S –
 площадь элемента, $\bar{r} = \frac{(r_a + r_b + r_c)}{3}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Описанный выше алгоритм для расчета радиационных и тепловых полей лазерного излучения был реализован в виде программного комплекса на языке FORTRAN, который позволяет

- рассчитывать характеристики радиационного поля лазерного излучения;
- проследивать эволюционные изменения температурных полей в различных биологических тканях;
- учитывать различные граничные и начальные условия, характеризующие реальную ситуацию взаимодействия лазерного излучения с биологической тканью.

Наличие интерфейсной оболочки позволяет осуществлять удобный ввод и хранение информации, а также реализован графический просмотр результатов расчетов.

На рис. 3-4 представлены результаты расчета радиационных и тепловых полей лазерного излучения в ткани белого вещества головного мозга человека. Соответствующие оптические и теплофизические свойства ткани представлены в таблице [2].

Биологическая ткань	k_a , см ⁻¹	k_s , см ⁻¹	g	n	k , Вт/см·К	c , Дж/г·К	ρ (г/см ³)	t , см
Белое вещество мозга человека (1064 нм)	3,2	469,0	0,87	1,45	$6,48 \cdot 10^{-3}$	4,18	10^{-6}	0,25
Белое вещество мозга человека (800 нм)	0,2	400,0	0,9	1,38	$6,48 \cdot 10^{-3}$	4,18	10^{-6}	0,25

На рис. 3-4 проведено сравнение распределения плотности поглощенной энергии лазерного излучения по глубине в центре лазерного пучка радиусом 0,02 см, мощностью 1 Вт с длинами волн 1064 нм (Nd:YAG лазер) и 810 нм (диодный лазер). Из сравнения видно, что для данного вида ткани более поглощаемым является излучение Nd:YAG лазера, когда излучение диодного лазера проникает вглубь ткани почти в 10 раз больше по сравнению с Nd:YAG лазером.

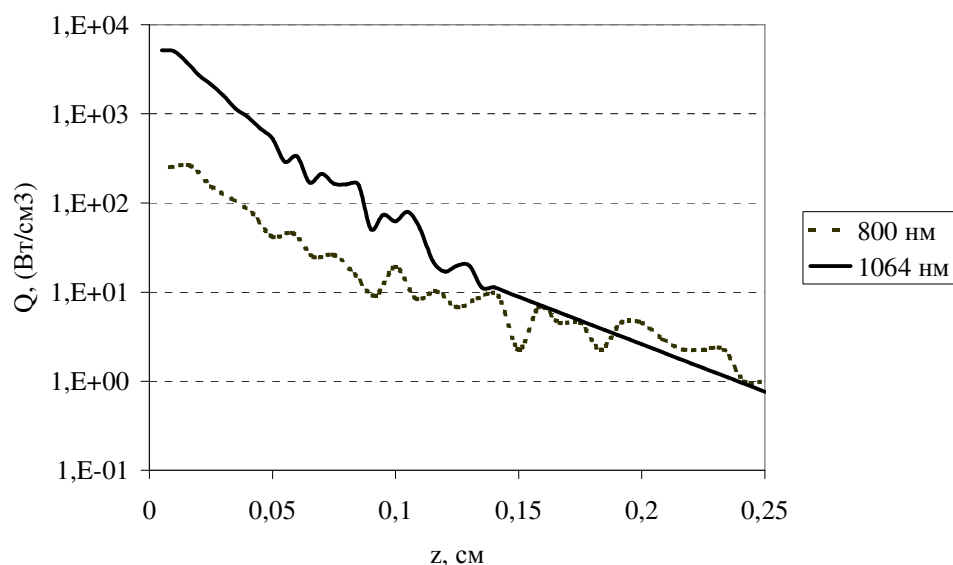


Рис. 3. Распределение плотности поглощенной энергии излучения двух лазеров с длинами волн $\lambda=800$ нм $\lambda=1064$ нм по глубине в центре пучка.

Соответствующие тепловые поля представлены на рис. 5. Видно, что в соответствии с распределением поглощенной энергии, объем ткани, облучаемой Nd:YAG лазером, нагретый свыше 39°C примерно в 3 раза больше. Так же максимальная температура нагрева ткани соответственно для Nd:YAG лазера 100°C , для диодного лазера (800 нм) – 46°C .

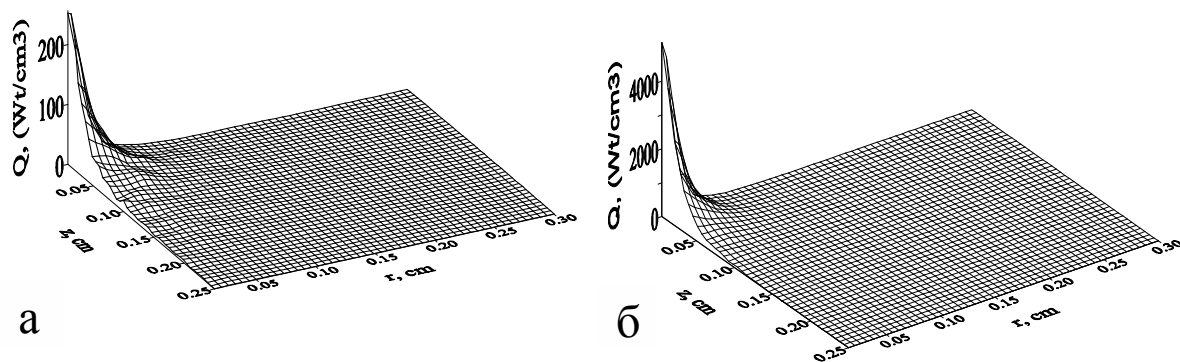


Рис. 4. Пространственное распределение плотности поглощенной энергии в белом веществе мозга человека, облучаемого лазером длины волны $\lambda=800$ нм (а) и $\lambda=1064$ нм (б).

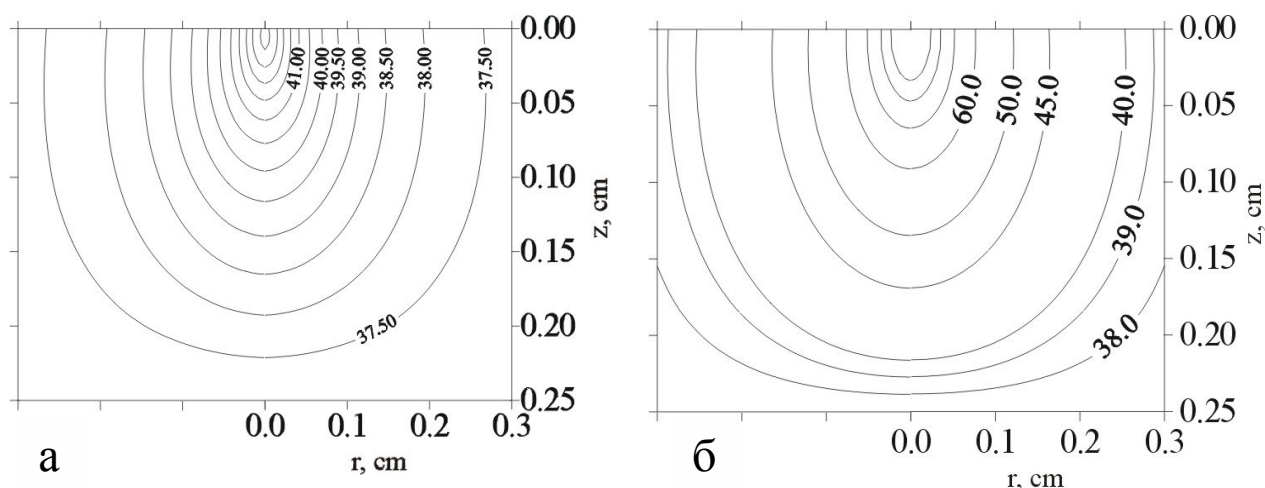


Рис. 5. Стационарные изотермы в белом веществе головного мозга человека, облучаемого лазерным пучком гауссова профиля радиуса 0.02 см, мощностью 1Вт, длиной волны (а – $\lambda=800$ нм, б – $\lambda=1064$ нм).

ЛИТЕРАТУРА

1. London R.A. Glinsky M.E. et. al. Laser tissue interaction modeling with the LATIS computer program.//UCRL-LR-105821-96-3.
2. Rossacci M.J., DiMarzio C.A. et. al. A 3-d model for laser heating of a heterogeneous turbid medium. //SPIE V.2970. 1997. P.144-155.

3. Yilbas B.S. 3-dimensional laser heating model including a moving heat source consideration and phase change process. //Heat and Mass Transfer. №33. 1998. P. 495-505.
4. Щербаков Ю.Н., Якунин А.Н. и др. Моделирование тепловых процессов при взаимодействии некоагулирующего лазерного излучения с многослойной тканью. //Оптика и спектроскопия. 1994. т.76. №5. С. 845-850.
5. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М. «Наука». 1971.
6. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М. «Мир», 1979.
7. Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. Саратов, 1998.